

Kurzlösungen Übungsaufgaben Statistik II

Übung 5: Standardverteilungen I

06.04.2010

Standardverteilungen I

Aufgabe 1 (*Induktive Statistik, Aufgabe 4.9*)

In jedem Wurf gibt es zwei mögliche Ereignisse: es erscheint eine 6 oder es erscheint keine. X ist somit Binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = 1/6$. Somit ist

$$P(X = x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{6}\right)^x \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-x}.$$

- a) $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 0.1962$
b) $E(X) = np = 5 \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

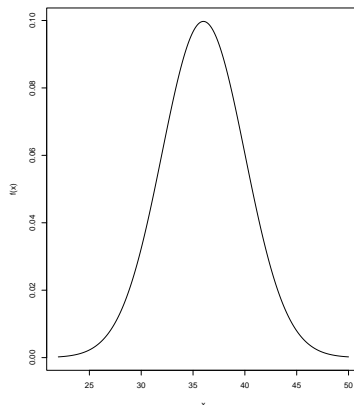
Aufgabe 2 (*Induktive Statistik, Aufgabe 4.14*)

X : Anzahl Passagiere pro Minute, u.i.v. (i.i.d.), d.h. unabhängig und identisch verteilt (resp. independent and identically distributed).

- a) $X \sim Poi(10)$. $P(X = 0) = 0.00005$.
b) $Var(X) = 10$; $\sigma_x = \sqrt{10}$.
c) $P(X \leq 2) = \sum_{i=0}^2 \frac{10^i}{i!} \exp(-10) = 0.002769$.

Aufgabe 3

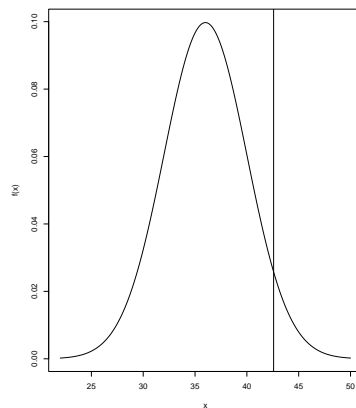
- a) Die Normalverteilung für diesen Fall.



Mit Hilfe dieser Glockenkurve können Skizzen zu den jeweiligen Aufgabenteilen gemacht werden, hier werden nur einige Skizzen exemplarisch vorgeführt.

Anmerkung: Die Werte $\phi(z)$ müssen in einer Tabelle für die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung nachgeschlagen werden. $P(X \leq 48) = F(48) = \phi\left(\frac{48-36}{4}\right) = \phi(3) = 0.9987$
 99.87% haben eine Lebensdauer von höchstens 48000 km.

b) Skizze: Ein Quantil: $x_{0.95} = 36 + 4z_{0.95} = 42.56$, mit $z_{0.95} = 1.64$ aus der



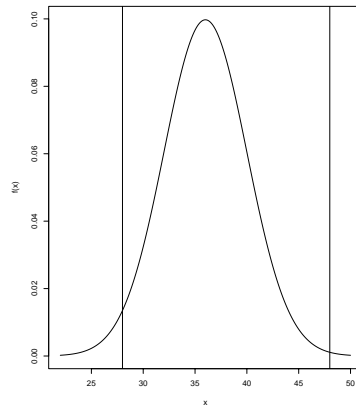
entsprechenden Tabelle.

95% der Reifen überschreiten eine Lebensdauer von 42560 km nicht.

c) Analog wie a). Bei negativen z -Werten müssen die Wahrscheinlichkeiten aus Symmetrieüberlegungen bezüglich $N(0, 1)$ geschlossen werden:
 $P(X \geq 28) = 1 - F(28) = 0.977$

d) Analog wie b). Bei Wahrscheinlichkeiten kleiner als 0.5 müssen die zugehörigen Quantile aus Symmetrieüberlegungen bezüglich $N(0, 1)$ geschlossen werden: $x_{0.1} = 30.88$

- e) Intervalle, die nicht symmetrisch um μ liegen:
 Skizze:



$P(28 < X < 48) = F(48) - F(28) = 0.976$, $F(48)$ und $F(28)$ sind bereits bestimmt worden!

Aufgabe 4 (Induktive Statistik, Aufgabe 4.2)

- a) Y : Anzahl Fische pro Stunde. Somit ist Y poissonverteilt mit $\lambda = 6$:
 $Y \sim Poi(6)$.
- b) $E(Y) = \lambda = 6$, $P(Y = 2) = \frac{6^2}{2!} \exp(-6) = 0.0446$,
 $P(Y > 2) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - (P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2)) =$
 $1 - (0.0025 + 0.0149 + 0.0446) = 0.9380$.