

Aufgaben

1. Bestimmen Sie, falls nötig durch quadratische Ergänzung, die Lösungen der folgenden Gleichungen.

a) $(x + 3)(x + 4) = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

c) $-x^2 - 6x - 5 = 0$

d) $x^2 + 10x + 50 = 0$

2. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Bruchgleichungen.

a) $\frac{2x - 1}{2x + 5} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{x + 4} = \frac{3}{x - 3}$

c) $\frac{4x + 3}{x - 6} = \frac{4x - 5}{x + 2}$

d) $\frac{x - 6}{1 - x} + \frac{5}{(1 - x)(x - 6)} = \frac{x - 7}{x - 6}$

3. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Wurzelgleichungen.

$$a) \quad \sqrt{12x - 3} = 3$$

$$b) \quad \sqrt{3x - 21} = x - 7$$

$$c) \quad \sqrt{9x - 5} = 4 - \sqrt{3 + x}$$

$$d) \quad \sqrt{1 + \sqrt{x}} = \sqrt{x - 1}$$

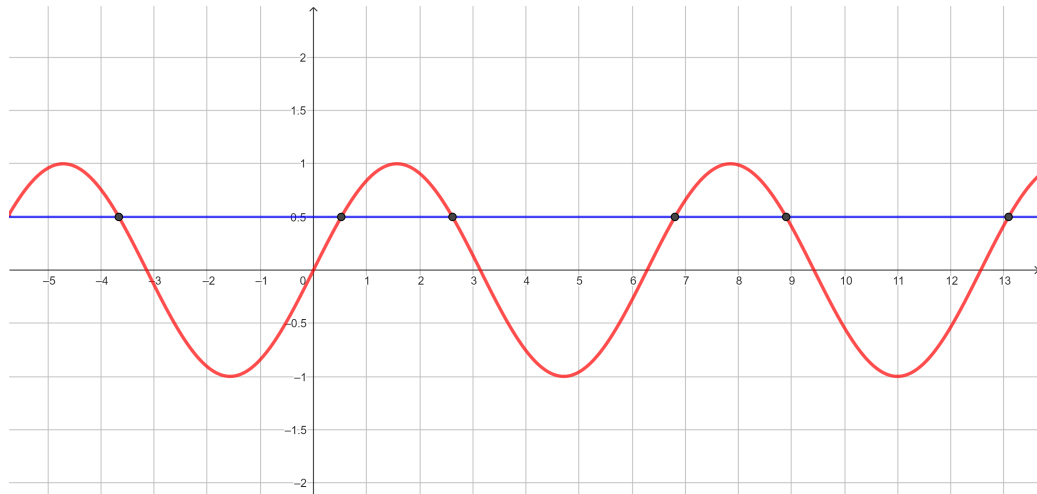
4. Lösen Sie die Gleichung $|3x + 2| = 9$.

5. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen:

$$(a) \quad \sin(z) = \frac{1}{2}$$

$$(b) \quad \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

Falls nötig: Beachten Sie zunächst die folgende Skizze. Es sollte klar sein, dass beide Gleichungen unendlich viele Lösungen haben und um alle diese Lösungen zu finden, benötigt man ein gutes Verständnis der Sinusfunktion.



6. Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen.

$$a) \quad (3^{x-3})^{x+3} = (3^{x+2})^{x-3}$$

$$b) \quad 4(4^{x+2})^{x-5} = 4^{3x-2} \cdot (4^x)^{x-4}$$

$$c) \quad \sqrt{5^{4x-8}} = \sqrt[3]{5^{9x+1}}$$

7. Berechnen Sie x aus den folgenden Gleichungen.

$$a) \quad \log_{0.5}(256) = x^3$$

$$b) \quad \log_x(2) = -\frac{2}{3}$$

$$c) \quad \log_2(\sqrt{x}) = -2$$

$$d) \quad 2^{x \cdot \ln(x)} = 3^{\ln(x)}$$

8. Berechnen Sie x aus den folgenden Gleichungen.

$$a) \quad \log_b(x) = \log_b(w) + \frac{1}{2} \log_b(u) - \frac{3}{4} \log_b(v)$$

$$b) \quad \ln(x) = \ln(\sqrt{a-b}) + \frac{1}{2} \ln(a+b) - \frac{1}{3} \ln(a^2 - b^2)$$

$$c) \quad \ln(\sqrt{1+x}) - \frac{1}{2} \ln(1-x) = \log_{10}(10^{\ln(\sqrt{9})})$$

9. Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen.

$$a) \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-17}$$

$$b) \quad 3^{x+2} - 3^{x-2} = 2^{x+2} - 2^{x-2}$$

10. Lösen Sie die folgenden linearen Ungleichungen und geben Sie die Lösungsmenge an.

$$a) \quad 4x + 3 < 2(x - 6)$$

$$b) \quad -7x > \frac{3(x-1)}{2}$$

11. Lösen Sie die folgenden quadratischen Ungleichungen.

$$a) \quad x^2 - 7x + 12 > 0$$

$$b) \quad 4x^2 - 8x + 3 > 0$$

$$c) \quad -x^2 - 4x + 5 > 0$$

$$d) \quad x^2 + 6x + 9 > 0$$

12. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Bruchgleichungen.

$$a) \quad \frac{x+2}{x-3} < 2$$

$$b) \quad \frac{2x-4}{x-6} \geq 0$$

$$c) \quad \frac{x}{x+3} - \frac{1}{x+6} \geq 1$$

13. Lösen Sie die folgenden Betragsungleichungen zunächst graphisch. Versuchen Sie dann, die Lösungen rechnerisch zu bestimmen.

a) $|3x - 5| < 11$

b) $|x + 2| < 2x - 3$

14. (**Barwerte**) Bestimmen Sie alle $p \geq 0$, so dass

a) $\frac{72}{(1+p)^2} + \frac{12}{1+p} - 60 > 0$

b) $\frac{150}{(1+p)^{10}} - \frac{25}{(1+p)^5} - 50 > 0$

Lösungen der Aufgaben

1. a) $x = -3$ oder $x = -4$,
 b) $x = 3$ oder $x = 1$,
 c) $x = -5$ oder $x = -1$,
 d) keine Lösung
2. a) $x = 2$,
 b) $x = -15/2$,
 c) $x = 3/5$,
 d) $x = 4$
3. a) $x = 1$,
 b) $x = 7$ oder $x = 10$,
 c) $x = 1$,
 d) $x = 4$ (Probe nicht vergessen, $x = 1$ ist keine Lösung)
4. $x = 7/3$ oder $x = -11/3$
5. $\mathbb{L}_a = \left\{ \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi : k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$
 $\mathbb{L}_b = \left\{ k \cdot \frac{2\pi}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{2\pi}{9} + k \cdot \frac{2\pi}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$
6. a) $x = 3$, b) $x = -7/2$, c) $x = -13/3$
7. a) $x = -2$, b) $x = 1/2^{3/2} = 1/\sqrt{8} = \sqrt{2}/4$,
 c) $x = 1/16$, d) $x = 1$ oder $x = \ln(3)/\ln(2)$
8. a) $x = \frac{w \cdot \sqrt{u}}{4v^3}$, b) $x = \sqrt[6]{a^2 - b^2}$, c) $x = 0.8$
9. a) $x = \frac{7 \ln(3/2) - 17 \ln(2/3)}{5 \ln(3/2) - 3 \ln(2/3)} = 3$, b) $x = \frac{\ln(27/64)}{\ln(3/2)}$
10. a) $x \in (-\infty, -15/2)$, b) $x \in (-\infty, 3/17)$
11. a) $x \in (-\infty, 3) \cup (4, \infty)$, b) $x \in (-\infty, 1/2) \cup (3/2, \infty)$, c) $x \in (-5, 1)$,
 d) $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$
12. a) $x \in (-\infty, 3) \cup (8, \infty)$, b) $x \in (-\infty, 2] \cup (6, \infty)$, c) $x \in (-\infty, -6) \cup [-21/4, -3)$
13. a) $x \in (-2, 16/3)$, b) $x \in (5, \infty)$
14. a) $p \in [0, 0.2)$, b) $p \in [0, \sqrt[5]{1.5} - 1) = [0, 0.08447)$